

ESTUDO DE CASO SOBRE ESTILOS DE APRENDIZAGEM: UM ALUNO DE CÁLCULO

Vanessa de Azeredo Abreu

*UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
vanessaabreu59@live.com*

Luisa Rodriguez Doering

*UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
ldoering@mat.ufrgs.br*

Elisabete Zardo Burigo

*UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Elisabete.Burigo@ufrgs.br*

Resumo:

Este trabalho tem por objetivo apresentar a caracterização das estratégias de estudo de um aluno que foi acompanhado durante o segundo semestre letivo de 2013 quando cursou pela segunda vez a disciplina de Cálculo I na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Será aqui também analisado o estilo de aprendizagem matemática desse aluno, com base em um conjunto de sinalizadores. Para tal serão utilizados dados coletados durante a realização de um projeto de pesquisa desenvolvido no instituto de Matemática da UFRGS. O material analisado consiste em produções escritas (provas e testes), e trechos de entrevistas com o estudante. As estratégias de estudo adotadas pelo aluno e os sinalizadores evidenciados no trabalho desenvolvido com o mesmo ao longo do segundo semestre letivo de 2013, levou-nos a classificá-lo em um estilo denominado *Teórico* → *Prático*.

Palavras-chave: estilos de aprendizagem; estratégias de aprendizagem; ensino de Cálculo.

1. Introdução

O presente trabalho tem por objetivo apresentar a caracterização das estratégias de estudo de um aluno que foi acompanhado durante o segundo semestre letivo de 2013 quando cursou pela segunda vez a disciplina de Cálculo I na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Será aqui também analisado o estilo de aprendizagem matemática desse aluno, com base nas categorias listadas por Frota (2004).

Para tal serão utilizados dados coletados durante a realização de um projeto de pesquisa desenvolvido no instituto de Matemática da UFRGS, tendo como objetivos centrais acompanhar o processo de conscientização e superação dos erros por parte dos alunos, e o desenvolvimento de sua autonomia na identificação de suas dificuldades e necessidades de estudo. Para atender a estes objetivos, adotou-se como dinâmica encontros semanais individuais com cada um dos participantes do projeto. Nesses

encontros, os alunos eram convidados a realizar testes e provas do semestre anterior, exercícios do livro ou de aula, e em seguida, a explicar o raciocínio desenvolvido. Os alunos eram convidados ainda, a comparar a resolução apresentada por eles naquele momento, com a resolução que haviam apresentado na outra vez em que cursaram a disciplina. Tivemos acesso às provas dos alunos, o que permitiu que realizássemos uma análise anteriormente aos encontros.

Ao longo do projeto foram coletados registros da fala e da escrita de todos os envolvidos, por meio de gravações, anotações e do recolhimento de todo o material por eles produzido.

Durante o acompanhamento realizado com os alunos no segundo semestre letivo de 2013, percebemos que cada um deles, ao estudar e resolver exercícios, utilizava estratégias assemelhadas, mas distintas daquelas utilizadas pelos colegas. O que nos levou a observar suas estratégias de estudo e estilos de aprendizagem matemática.

2. Estilos de Aprendizagem

Estratégias e estilos, em particular, estratégias e estilos de aprendizagem podem ser investigados, segundo Frota (2010, p. 89), a partir de duas perspectivas: a) sem levar em consideração um domínio específico do conhecimento; b) tendo em conta um domínio específico de conhecimento, como, por exemplo, a Matemática. Além disso, Crawford et al (1998) relaciona o modo com que os alunos estudam com a sua visão de matemática, suas experiências anteriores e didática do contexto.

Com base nos resultados de uma pesquisa desenvolvida com um grupo de estudantes de engenharia, a autora investiga os tipos de estratégias de aprendizagem matemática desses alunos, nas disciplinas de Cálculo. Indagando acerca da existência de certa estabilidade no modo de utilização de tais estratégias de aprendizagem, que pudesse caracterizar estilos de aprendizagem matemática destes alunos.

Para chegar a uma conceituação do que entende por estilos de aprendizagem, a autora considera pertinente retomar a questão levantada por Nisbet e Shucksmith (apud FROTA, 2004, p. 2) sobre o que são estratégias de aprendizagem. Assim, partindo dessas ideias, a autora apresenta as estratégias de aprendizagem como um processo de aproximações sucessivas do sujeito ao objeto. São elementos de um processo ativo de conhecimento, elementos desenvolvidos continuamente pelo sujeito ao interagir com os

objetos, com os outros indivíduos ou com o meio ambiente. É um processo em movimento.

Destaca ainda, que cada indivíduo pode utilizar a mesma estratégia de maneira diferenciada, a partir de suas habilidades, aptidões, interesses e motivações. Desenvolvendo-se assim, estratégias personalizadas, chamadas *estilos de aprendizagem*.

As análises realizadas pela autora resultaram em um conjunto de 31 sinalizadores das estratégias de aprendizagem. Esses sinalizadores foram classificados em correspondência com a predominância de um ou outro estilo descrito pela autora.

A partir destes 31 sinalizadores, caracterizaram-se três estilos de aprendizagem: *teórico* → *prático*, *prático* → *teórico* e *incipiente*.

Teórico → *Prático*: caracterizado por um movimento de partir da teoria, em direção à prática;

Os alunos classificados neste estilo demonstravam, de modo geral, desenvoltura em localizar uma teoria no livro ou no caderno, sendo capazes de estabelecer analogias entre a teoria nova quando da leitura do texto proposto e teorias já estudadas, bem como explicar o texto lido com as próprias palavras, colocando as dúvidas, avançando na resolução de exercícios novos que exigiam a aplicação de uma nova técnica. Mostraram-se capazes, ainda, de acompanhar um diálogo teórico conduzido pela entrevistadora a partir de uma questão, sempre explicando os procedimentos adotados.

Ao desenvolverem as várias tarefas propostas por Frota (2004) de agrupar exercícios, ordenar blocos e exercícios dentro de blocos para resolução e selecionar o método de integração a ser utilizado, o faziam a partir de sínteses teóricas construídas. Essa técnica de agrupar exercícios, como observamos em Búrigo, Doering e Rempel (2005), é, certamente, alimentada pela estrutura do livro-texto e pelos instrumentos de avaliação adotados, já que há uma constância, identificada pelos estudantes, de determinados tipos de questões nas provas. A interpretação de que uma técnica ou artifício é suficiente para resolver cada questão configura-se, entretanto, como um obstáculo à consideração das dificuldades envolvidas e à elaboração de estratégias de resolução mais complexas ou flexíveis, envolvendo a articulação de diferentes transformações ou equivalências.

Prático → *Teórico*: caracterizado por um movimento de partir da prática, em direção à teoria;

Diante da mesma tarefa de agrupar exercícios em bloco e ordenar blocos e exercícios para resolução, os alunos classificados neste estilo preferencialmente o faziam a

partir de considerações práticas, do tipo, “*esses exercícios considere mais fáceis porque já resolvi vários semelhantes*”.

De acordo com Frota (2004), a identificação do método mais adequado à resolução de determinada integral era algumas vezes prejudicada, talvez por falta de sistematizações teóricas mais consistentes, levando ao uso ocasional de estratégias de ensaio e erro, na execução de um exercício, ou por vezes ao emprego de uma técnica padrão básica.

Estes alunos demonstraram preferência em recorrer a exemplos na busca de uma estratégia de solução da tarefa, apresentando dificuldades em localizar a teoria no texto, em lidar com as questões novas, por dificuldades em estabelecer relações entre assuntos já estudados.

Incipiente: indefinição ou insegurança na utilização de determinada estratégia, pouca personalização no uso das estratégias, evidenciando não ter desenvolvido um método próprio de estudo.

Para os alunos classificados nesse estilo, um método de integração era empregado de modo rotinizado, o agrupamento dos exercícios em blocos e a escolha de ordenação para a resolução não eram justificados nem com base em constatações teóricas, nem com base na exercitação, ou seja, na prática.

Constatou-se, ainda, que os alunos classificados neste estilo apresentavam uma construção muito precária de conceitos matemáticos básicos. Estes alunos demonstraram, ainda, dificuldade em entender o significado de uma fórmula, em acompanhar um exemplo resolvido do texto, às vezes bem elementar.

De modo geral, tais alunos evidenciaram pouca familiaridade com o texto didático e mesmo dificuldades em localizar a teoria relativa a um exercício, evidenciando também bastante falta de rigor nas resoluções apresentadas.

Com vistas a exemplificar como ocorreu esse processo de classificação dos estilos de aprendizagem e a identificação dos sinalizadores correspondentes, a autora apresenta ao longo do texto uma análise do trabalho desenvolvido com alguns dos 19 alunos que participaram de sua pesquisa.

3. Descrição da Pesquisa

Nossa pesquisa é baseada na análise do acompanhamento do Aluno A à luz das ideias de Frota (2004).

Para que pudéssemos classificar o aluno escolhido em algum dos estilos descritos anteriormente, selecionamos, do conjunto de 31 sinalizadores de Frota, aqueles que melhor se adequavam aos dados coletados. Pois esse conjunto de sinalizadores foi criado a partir de uma sequência específica de atividades desenvolvidas com os alunos participantes de sua pesquisa, logo, muitos não se aplicavam ao nosso trabalho.

Sendo assim, a classificação que aqui será apresentada para o Aluno A é sustentada pelos dados e materiais coletados durante os encontros do projeto, como uma adaptação dos sinalizadores de Frota (2004).

Dos 31 sinalizadores mencionados por Frota (2004), quatro se mostraram pertinentes para a análise da produção do aluno A. Os quatro sinalizadores utilizados são apresentados na tabela abaixo. Os alunos classificados por Frota (2004) em um estilo *teórico* → *prático* evidenciaram a presença destes quatro sinalizadores.

Tabela 1 – Sinalizadores de Frota (2004)

4. Buscar com desenvoltura uma teoria no livro ou no caderno;
8. Explicitar com palavras, oralmente ou de forma escrita, as passagens realizadas quando da resolução de tarefas;
9. Acompanhar de modo participativo um diálogo de análise teórica a partir de um exercício resolvido do livro, ou de um exercício proposto para resolução;
19. Utilizar estratégias de consulta teórica preferencialmente às anotações do caderno.

Com base em algumas ideias apresentadas pela autora, criamos um novo sinalizador que auxiliou na classificação do aluno A.

Tabela 2 – Sinalizador criado

1. Certificar-se sobre a validade da aplicação de determinado método, técnica ou propriedade.

As passagens apresentadas abaixo visam ilustrar e corroborar a classificação que será atribuída ao aluno analisado nesse artigo. Ressaltamos que os dados apresentados são apenas uma pequena parte do material produzido por esse aluno. Todo material foi minuciosamente analisado e confrontado com os sinalizadores de Frota (2004), para que pudéssemos chegar a uma classificação.

4. Análise do Material Produzido pelo Aluno

Analizamos, inicialmente, uma questão da primeira prova que o aluno prestou quando fez Cálculo I pela primeira vez, no primeiro semestre letivo de 2013. Solicitamos que o aluno a refizesse em casa sem rever a sua prova do semestre anterior.

Essa questão solicita a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 + \ln(ex)$ no ponto $(1, f(1))$.

A solução do aluno foi anexada abaixo, com a inserção da marcação **[**]** para referência.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 + \ln(ex)$ em $(1, f(1))$.

$$b) \quad y - y_0 = m_{tg} \cdot (x - x_0)$$

$$f(1) = 1^2 + \ln e$$

$$f(1) = 1 + 1 = 2$$

$$P(1, 2)$$

$$y - 2 = f'(1) \cdot (x - 1)$$

$$f'(x) = 2x + (\ln(u))' \quad \mathbf{[**]}$$

CTE
↑
 $u = e \cdot x$
 $u' = e$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{(ex)} \cdot e$$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 1}{x}$$

Aplicando em 1: $\frac{2 \cdot 1^2 + 1}{1} = \textcircled{3}$

Daí

$$y - 2 = 3 \cdot (x - 1)$$

Figura 1 – Questão da prova 1 de 2013/1, com resolução de 2013/2

A resolução apresentada foi resolvida pelo aluno antes do encontro, o que lhe garantiu tempo suficiente para resolver a questão.

Segue a transcrição da descrição verbal do aluno sobre a sua resolução; as expressões no interior dos colchetes foram acrescentadas pelas autoras para auxiliar a compreensão do leitor.

“Aluno A – Tá, daí a segunda era a equação da reta tangente. Tá, daí primeiro eu descobri o y [calculou $f(1)$], eu substituí na função e achei 2. Daí eu peguei e fui derivar a função, derivei o x^2 , deu $2x + \ln(u)'$ **[**]**, porque ali tinha uma função dentro [atribuiu $u = ex$], daí como era uma constante aqui ficou só e $\left[\frac{d[ex]}{dx} = e\right]$, aí ficou $\frac{1}{u} u'$ [aplica a regra da cadeia para $\ln(u)$] daí ficou $2x + \frac{1}{ex} e$, daí aqui dava pra simplificar, [cancelar a constante e] aí ficava $2x + \frac{1}{x}$. Aplicava no ponto 1 e dava 3 [calculou $f'(1)$], aí...”

O aluno atribui significado à função derivada encontrada, aplicando-a no ponto $(1, f(1))$ e usando o valor encontrado como o coeficiente angular da reta tangente à curva. Não demonstra dificuldade em usar os dados calculados em uma equação de reta.

O aluno demonstra clareza e organização tanto na fala quanto na escrita apresentada, além de mostrar uma boa destreza algébrica (isola variáveis e substitui os dados corretamente) e domínio da técnica utilizada na resolução da questão. Consegue ainda, identificar $\ln(ex)$ como uma composição de funções, aplicando a regra de derivação correta (regra da cadeia). O aluno desenvolve separadamente as derivadas que compõem a regra da cadeia. Evidenciando assim, a predominância do sinalizador 8: explicitar com palavras, oralmente ou de forma escrita, as passagens realizadas quando da resolução de tarefas.

A próxima questão aqui apresentada solicita os valores máximos e os valores mínimos absolutos da função $f(x) = \sin^2(x) + \cos(x)$, no intervalo $I = [0, \pi]$. Essa questão consta na primeira prova que o aluno prestou quando fez Cálculo I pela segunda vez, no segundo semestre letivo de 2013.

Observamos que, para resolver essa questão, é necessário utilizar o resultado que garante que toda função contínua em um intervalo fechado possui valores máximo e mínimo absolutos. Uma técnica para determiná-los consiste em calcular o valor de f nos extremos do intervalo e nos pontos críticos; o maior valor encontrado é o máximo absoluto, e o menor valor encontrado é o mínimo absoluto.

A resolução apresentada abaixo foi extraída da prova mencionada, realizada pelo aluno.

• Questão 4 (2,0 pontos): Determine os valores máximos e os valores mínimos absolutos da função $f(x) = \sin^2(x) + \cos(x)$, no intervalo $I = [0, \pi]$.

$$f'(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x) - \sin(x)$$

Achando os pontos críticos, onde $f'(x) = 0$:

$$2 \sin(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) = 0$$

$$2 \sin(x) \cdot \cos(x) = \sin(x)$$

$$2 \cdot \cos(x) = 1$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2}$$

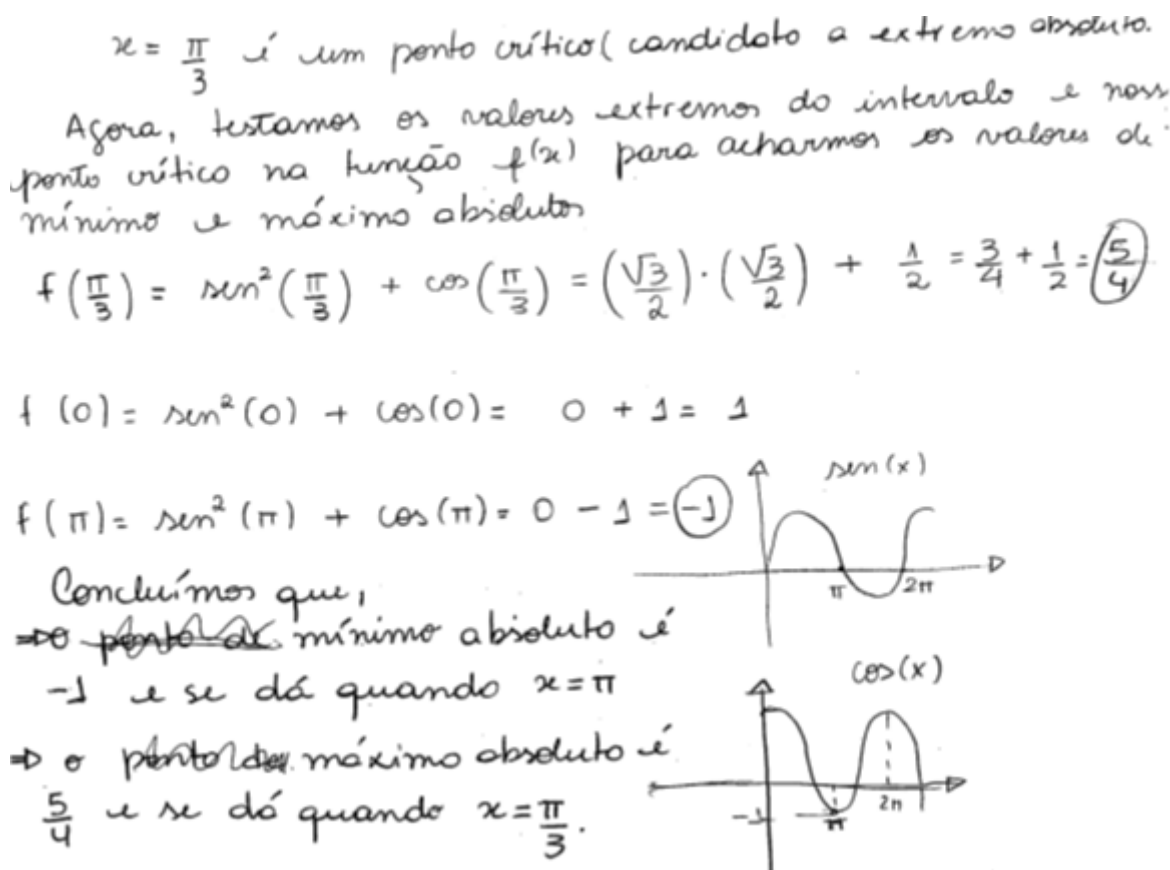


Figura 2 – Questão da prova 1 de 2013/2

Nota-se que o aluno A quando resolve $2\sin(x)\cos(x) = \sin(x)$, omite o caso $\sin(x) = 0$, ressaltado na correção, porém, durante a apresentação de sua resolução deixa claro que deve considerar os casos $\sin(x) \neq 0$ e $\sin(x) = 0$, e os justifica: “Porque aqui ele vai passar como denominador, aí eu ia ter uma divisão por zero e ia ser impossível.” Além disso, não explicita em sua escrita a condição de continuidade para a validade da aplicação do método. Entretanto, na sua fala evidencia uma preocupação com a continuidade da função para a aplicação do método. Apresentando o sinalizador 8: explicitar com palavras, oralmente ou de forma escrita, as passagens realizadas quando da resolução de tarefas, e indícios do sinalizador 1: certificar-se sobre a validade da aplicação de determinado método, técnica ou propriedade.

A última questão que será apresentada solicita o cálculo da área da região limitada pelo eixo y , e pelas curvas de equação $y = 4 - x^2$ e $y = x^2$. Essa questão consta na segunda prova que o aluno prestou quando fez Cálculo I pela segunda vez, no segundo semestre letivo de 2013.

Lembramos que a área sob o gráfico de uma função f contínua e positiva em um intervalo fechado $[a, b]$ é dada pela integral de a até b da função $f \left(\int_a^b f(x) dx \right)$. O valor dessa área pode ser obtido aplicando-se o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC).

No caso da questão em análise, a área entre as curvas é dada por $\int_a^b [(4 - x^2) - x^2] dx$ (integral definida da diferença entre a função “de cima” e a função “de baixo”), sendo a e b as abscissas das intersecções das curvas. Nesse caso temos $a = 0$ e $b = \sqrt{2}$.

Abaixo segue a resolução extraída da prova realizada pelo aluno, com a inserção das marcações $[*]$ e $[**]$ para referência.

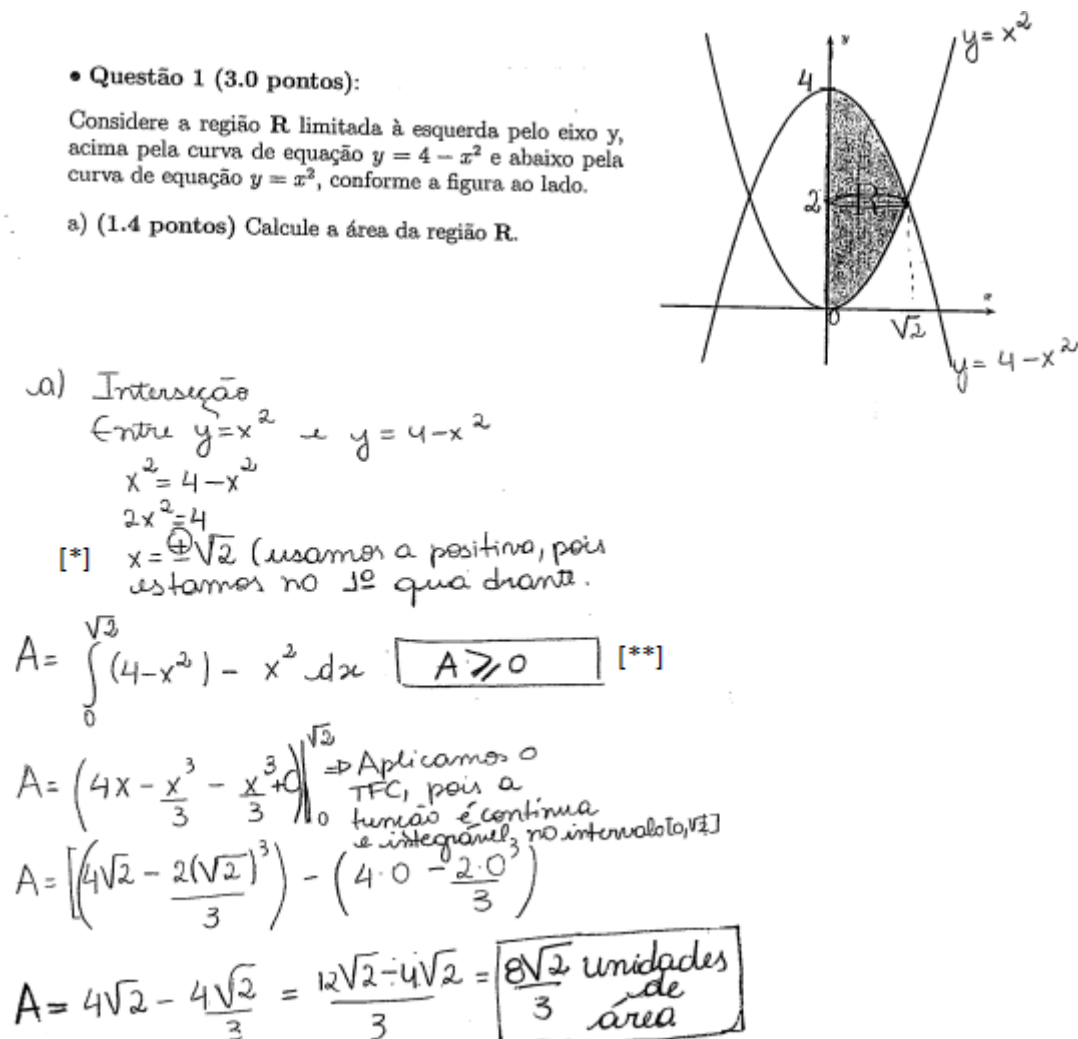


Figura 3 – Questão da prova 2 de 2013/2

Inicialmente, o aluno encontra a abscissa da intersecção entre as curvas, obtendo $x = \sqrt{2}$ [*]. Observe que não realiza cálculo algum para encontrar o outro ponto de intersecção, pois fica claro no desenho, que sua abscissa será igual a zero.

Em seguida, monta a integral em relação a x [**], que determina a área da região R , e por fim, aplica o Teorema Fundamental do Cálculo, determinando o valor da área.

Observa-se que o aluno escreve que podemos aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo, pois a função é contínua e integrável no intervalo $[0, \sqrt{2}]$, ou seja, o Aluno A verifica a presença das condições necessárias para que o Teorema Fundamental do Cálculo possa ser utilizado. Isso mostra uma evolução por parte do aluno ao longo do semestre sobre a necessidade de verificação da validade da aplicação de determinada técnica, já que na escrita da questão analisada anteriormente, o aluno não explicita essa preocupação. Evidenciando assim, a predominância do sinalizador 1: certificar-se sobre a validade da aplicação de determinado método, técnica ou propriedade.

5. Considerações Finais

Por meio do trabalho desenvolvido com o aluno, é possível observar que ele demonstra clareza e organização tanto na fala quanto na escrita apresentada, indicando cada passo realizado na resolução dos exercícios. Apoia-se em definições teóricas e nas propriedades estudadas. Evidenciando o sinalizador 8: explicitar com palavras, oralmente ou de forma escrita, as passagens realizadas quando da resolução de tarefas.

Por exemplo, para verificar se uma função é contínua em um determinado ponto, parte da definição de continuidade, ou seja, verifica se todas as condições de continuidade são satisfeitas para que a função seja contínua naquele ponto. Para isso, escreve a definição e a confronta com os dados do exercício.

Em geral, o aluno apresenta o hábito de escrever o conceito teórico que está sendo utilizado ao resolver um exercício, os passos que precisam ser feitos para obter o resultado, bem como as justificativas apresentadas e conclusões obtidas.

Outro ponto importante em sua rotina de estudos foi a elaboração de resumos que continham definições e teoremas (resultados), bem como as condições de validade de sua aplicação. O fato de o aluno elaborar resumos que continham conceitos teóricos demonstra que não possuía dificuldades em localizar definições, propriedades e técnicas no livro. Isso mostra que o aluno possui um entendimento mais profundo dos conceitos estudados. Evidenciando os sinalizadores 4: buscar com desenvoltura uma teoria no livro ou no caderno, e 19: utilizar estratégias de consulta teórica preferencialmente às anotações do caderno.

O aluno mostrou-se, ainda, capaz de acompanhar um diálogo teórico conduzido pela entrevistadora a partir de uma questão, sempre sugerindo situações alternativas, e indagando questionamentos sobre como a solução ficaria caso as restrições do problema fossem alteradas. Evidenciando o sinalizador 9: acompanhar de modo participativo um diálogo de análise teórica a partir de um exercício resolvido do livro, ou de um exercício proposto para resolução.

De uma maneira geral, tanto da primeira vez quanto da segunda vez em que o Aluno A fez Cálculo, apresentou suas resoluções de modo organizado, demonstrando ter uma ideia sobre como resolver o problema, e como prosseguir em sua resolução.

No trabalho desenvolvido com o Aluno A foi evidenciado a predominância dos sinalizadores 4, 8, 9 e 19 de Frota, e o sinalizador 1 por nós criado.

Com base nos dados e sinalizadores apresentados, o aluno foi classificado segundo um estilo de estudo/aprendizagem, denominado *teórico* → *prático* e caracterizado por um movimento de partir da teoria, em direção à prática.

O acompanhamento realizado junto ao aluno no segundo semestre letivo de 2013, permitiu, ainda, identificar através de sua fala, em mais de uma oportunidade, não só preocupação em obter um bom conceito de aprovação, como também em entender os conteúdos trabalhados na disciplina de Cálculo I; mostra uma necessidade de construir um entendimento sólido dos conceitos de Cálculo I, pois acredita que estes serão importantes no transcorrer de sua formação acadêmica.

Na segunda vez em que o aluno cursou a disciplina, passou em todas as provas e obteve conceito final máximo. Também obteve aprovação na primeira vez em que cursou Cálculo II, no semestre seguinte. Isto indica que os avanços logrados na compreensão das exigências relativas à precisão de linguagem, à justificação das respostas, à verificação das condições para uso de determinadas técnicas ou procedimentos alcançados na segunda vez em que cursou Cálculo I se mantiveram presentes na disciplina subsequente (Cálculo II). O estilo de aprendizagem matemática evidenciado pelo aluno se mostrou eficaz no transcorrer dessas duas disciplinas.

Salientamos que investigações desse tipo são necessárias para um melhor entendimento das dificuldades encontradas pelos alunos e de como seus estilos favorecem ou não a superação das dificuldades enfrentadas.

De acordo com Crawford et al (1998) a pesquisa em estilos de aprendizagem pode ter reflexos educacionais na condução do processo ensino-aprendizagem tanto para alunos

como para professores. Por um lado, um maior entendimento dos estudantes sobre estilos de aprendizagem pode favorecer o autoconhecimento, de forma a instruir os processos de tomada de decisão sobre o curso, os métodos de estudo a serem adotados ou as estratégias mais adequadas para aprender matemática. Por outro lado, é importante para o professor conhecer os estilos de aprendizagem de seus alunos, de forma a planejar seu curso.

Para Frota (2010) esse conhecimento sobre o estilo de aprendizagem matemática dos alunos, e sobre estilos específicos - incorpora-se a outros conhecimentos docentes, permitindo ao professor redesenhar o seu planejamento de ensino, no sentido de incentivar o desenvolvimento e, sobretudo, a articulação de diferentes estilos de aprendizagem matemática.

Neste estudo o estilo *teórico* → *prático* mostrou-se eficaz. É preciso investigar os outros estilos para verificar sua eficácia.

Quais serão as características observadas com os alunos classificados nos demais estilos de aprendizagem matemática? Quais as principais diferenças entre esse aluno e os classificados nos outros estilos?

6. Referências

- BÚRIGO, Elisabete Z.; DOERING, Luisa R.; REMPEL, Ana L. A resolução de problemas segundo estudantes de Cálculo. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V, 2005, Porto. **Actas**. Porto: 2005. Disponível em <<http://www.mytwl.net/cibem5/>>
- CRAWFORD, Kathryn et al. Qualitatively different experiences of learning mathematics at university. **Learning and Instruction**, v. 8, n. 5, p.455-468, 1998a.
- FROTA, Maria Clara R. Estilos de Aprendizagem Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII, Recife, 2004. **Anais...** Comunicação Científica. Recife: SBEM, 2004.
- FROTA, Maria Clara R. Perfis de Estilos de Aprendizagem Matemática de Estudantes Universitários. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 12, n. 1, pp. 89-110, 2010.