

**SOFTWARES LIVRES SOBRE FUNÇÕES MATEMÁTICAS:
ALGUMAS POSSIBILIDADES EDUCACIONAIS**

Carlos Alberto Tavares Dias Filho
Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP
carlos.atdf@gmail.com

Verilda Speridião Kluth
Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP
verilda@nlk.com.br

Resumo:

Nesta pesquisa buscamos como alunos no início de um curso de graduação compreendem o conceito de função matemática quando expressa por meio do ambiente cibernético. Adotamos uma postura de pesquisa fenomenológica qualitativa, buscando características gerais do fenômeno da compreensão do conceito. Para tanto elaboramos um curso com o software livre Graphmática. As atividades foram planejadas para explorar como os participantes compreenderiam as diferentes funções apresentadas no software. O curso foi ministrado para alunos do curso de Licenciatura em Ciências da Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP. Cinco participantes responderam diversas atividades e a pergunta “Por que todos os gráficos, embora diferentes, são gráficos de funções matemáticas?”. Os depoimentos para esta pergunta foram analisados sob a ótica da Rede de Significação. Primeiramente realizamos uma análise ideográfica, explicitando os termos utilizados nos depoimentos, formando as asserções articuladas. Depois as comparando duas a duas, na análise nomotética, geraram duas categorias abertas: Intersecção dos modos de expressão do conceito de função; e Compreensão da ideia de função matemática. Estas categorias permitiram uma discussão do fenômeno estudado. As noções de função apresentadas pelos participantes estavam voltadas ao gráfico, assim foram poucas noções além do mesmo. A função foi percebida pelos participantes como o próprio gráfico, pois a maioria das reflexões sobre função tratam do gráfico, logo supomos que o software favoreça tal noção. Compreendemos, por fim, que o software tem suas limitações e que pode ser utilizado para o ensino de funções, entretanto a ação docente necessita contornar estas limitações.

Palavras-chave: Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Graphmática. Função Matemática. Fenomenologia. Rede de Significação.

1. Introdução

Cotidianamente falamos em tecnologia e falamos como a mesma nos afeta, ouvimos e compartilhamos por diversas frases, sem nem pensar no “o que é esta tecnologia da qual conversamos sobre?”. Vamos partir desta ideia.

Podemos definir tecnologia como a “Teoria geral e/ou estudo sistemático sobre técnicas, processos, métodos, meios e instrumentos de um ou mais ofícios ou domínios da atividade humana” (HOUAISS; VILLAR; FRANCO, 2007, p. 2683). Nesse sentido quase tudo pode ser considerado tecnologia, como um lápis ou um computador ou um ônibus espacial. Assim quando nos referimos à tecnologia focando somente os aparatos de informação e comunicação que utilizamos estamos nos referindo a somente um tipo de tecnologia. Este tipo será aqui entendido como *Tecnologias de Informação e Comunicação* (TIC).

Entretanto neste processo cabe explicar a nossa adoção do termo TIC, pois como destaca Ponte (2000):

Temos aqui um problema de terminologia. Durante muitos anos falava-se apenas no *computador*. Depois, com a proeminência que os periféricos começaram a ter (impressoras, *plotters*, *scanners*, etc), começou a falar-se em *novas tecnologias de informação (NTI)*. Com a associação entre informática em telecomunicações generalizou-se o termo *tecnologias de informação e comunicação (TIC)*. Qualquer das designações é redutora, porque o que é importante não é a máquina, nem o facto de lidar com informação, nem o de possibilitar a sua comunicação à distância em condições francamente vantajosas. Mas não há, por enquanto, melhor termo para designar estas tecnologias. (PONTE, 2000, p. 64).

Considerando essas rápidas mudanças tanto tecnológicas quanto de nomenclatura, pensamos na presença das TIC quando inseridas na sociedade. Cerceando melhor nosso tema, nas TIC com relação à Educação Matemática, voltada a softwares livres de funções matemáticas. Sendo nossa interrogação norteadora: *Como os alunos no início de um curso superior compreendem o conceito de função matemática quando expresso no ambiente cibernético?*

Cabe explicitar alguns entendimentos nossos sobre nossa interrogação, para além do uso das palavras. Inicialmente, na impossibilidade de se analisar todo o tema de funções, centramo-nos no conceito de função entendido como uma definição formal e também uma noção de função. Optamos por discentes no início de um curso de graduação por já terem passado pela escolarização básica, já tiveram aulas formais sobre funções

matemáticas, porém, como relacionam esses conhecimentos sobre o conceito de função matemática em um ambiente diferente, com possibilidades e limitações diferentes?

2. Metodologia

Nossa metodologia adveio de nossa interrogação norteadora e de nossos entendimentos sobre a mesma. Pode-se dizer que “são [as] interrogações que indicam para onde o olhar se dirige, focando o fenômeno em suas perspectivas e modos de apresentar-se dando-se a conhecer” (BICUDO, 2012, p.20). Em outras palavras, as ações e opções metodológicas escolhidas refletem sempre a interrogação por nós enunciada. Nesta pesquisa adotamos uma postura de pesquisa qualitativa sob uma ótica fenomenológica.

Nesta postura, quando olhamos o fenômeno da compreensão do conceito de função matemática, não elaboramos hipóteses e as testamos. Não procuramos no fenômeno o que desejamos encontrar, nós o interrogamos e buscamos por seus modos de ser e de se mostrar no espaço e tempo onde se situa. Portanto, não obtemos por meio desta pesquisa verdades lógicas, formulações e o todo do fenômeno, Compreendemos características que se apresentam como inerentes ao fenômeno, que podem servir para a discussão em outros contextos. (BICUDO, 2012).

Nesse entendimento, consideramos que o fenômeno da compreensão do conceito de função apresenta-se por modos qualitativos, buscamos estes modos por meio da aplicação de um curso intitulado “Graphmática: Funções Matemáticas” e da análise em Rede de Significação dos depoimentos dos participantes do curso.

Curso “Graphmática: Funções Matemáticas”

Inspiramo-nos na ideia dos *Experimentos de Ensino*, desenvolvidos nos anos 70, como ferramentas para se pesquisar o momento de ensino-aprendizagem da prática docente.

Podemos defini-los como uma sequência de encontros entre o pesquisador e os participantes, momentos com exercícios de pesquisa e de aprendizagem. Inclusive o pesquisador precisa reconhecer sua interferência na pesquisa, de modo a minimizá-la ou reconhecê-la como objeto de pesquisa, opção esta, por nós escolhida. (BENEDETTI, 2003).

Não realizamos propriamente um *Experimento de Ensino*, pois em nosso entendimento, a noção de Experimento pode apontar uma noção empírica de fenômeno, que o transforma em algo enumerável e aqui buscamos pelo qualitativo.

Depoimentos e sua Análise em Rede de Significação

A análise dos depoimentos é uma ferramenta importante para a fenomenologia, pois a linguagem é entendida como uma expressão viva do vivido. Uma vez que durante a vivência o indivíduo percebe alguns aspectos que lhe permitem esquematizar o todo de um objeto, porém estes aspectos não lhe chegam por meio de linguagem, e sim pela percepção. A linguagem é a expressão dessa vivência. Assim “A linguagem nos leva às próprias coisas na exata medida em que, antes de ter uma significação, ela é significação” (MERLEAU-PONTY, 1974 *apud* KLUTH, 2011, p.80). Sendo a linguagem significação podemos tomá-la como objeto de análise.

Uma enunciação qualquer se apresenta inicialmente como *linguagem falada*, carrega as expressões linguísticas e culturais dos depoentes. Por meio de um processo de redução fenomenológica podemos despir a *linguagem falada*, em *linguagem falante*, entendida como uma aproximação da própria coisa da qual o enunciador fala (KLUTH, 2011). Desta redução surgem as *Asserções Articuladas* que indicam o sentido expreso pelo depoimento “Em termos do percebido [...], que revela aspectos do pré-reflexivo, daquilo que propicia significações” (KLUTH, 2011, p.81). Esta parte é chamada de *Análise Ideográfica*.

O “Mundo não é um objeto passível de ser possuído [...]” (BICUDO; ROSA, 2010, p. 40), é “[...]o que transparece na intersecção de minhas experiências com aquelas do outro [...]” (MERLEAU-PONTY, 1974 *apud* KLUTH, 2011, p.83). Assim nossa análise se moveu na direção de buscar as intersecções entre as diferentes *Asserções Articuladas* dos diferentes participantes. A esta análise chamamos de *Análise Nomotética*, onde obtivemos as *Categorias Abertas*, que englobam as *Asserções Articuladas* e revelam as estruturas do fenômeno estudado. E todo este movimento recebe o nome de *Rede de Significação*. Apresentaremos agora como foi a aplicação do curso.

3. Aplicação do Curso “Graphmática: Funções Matemáticas”

Anterior ao curso cabe falar do software livre Graphmática, escolhido para o curso. Dias Filho & Kluth (2013) propuseram uma metodologia para análise de software livre em matemática e a aplicaram, um dos softwares analisados foi o Graphmática. Destacaram algumas de suas possibilidades para além de plotar gráficos, a saber, permite trabalhar com funções trigonométricas; possui uma tabela com os pontos que pertencem a função; ferramenta de intersecção entre funções (acusa os pontos); ferramenta que permite fornecer alguns pontos e o software, por meio de delimitações do usuário, determina a curva a eles associada; permite uma maneira de escrita ampla, mesmo que com a necessidade de se escrever alguns termos em inglês.

Considerando estas ferramentas o curso possuiu quatro momentos: *Exploração; Atividades com o Software; Reflexão e Alguns Questionamentos*. O curso foi cadastrado junto a pró-reitoria de extensão da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP) e divulgado para discentes no início do curso de Licenciatura em Ciências. Tivemos seis participantes ao início da aplicação e uma desistência na metade do encontro único de oito horas.

Iniciamos o curso pedindo que os participantes abrissem o software, utilizando-o como desejassem. Chamamos este momento de *Exploração*, ao permitirmos que os participantes percebessem o software a sua maneira, antes de qualquer orientação nossa.

As *Atividades com o Software* objetivaram trabalhar o conceito de função por diferentes maneiras. Os exercícios consistiam da plotagem de gráficos e de observação guiada por questionamentos que buscaram tirar o foco do gráfico visto no momento, mas para apontar generalidades entre as diferentes funções apresentadas. Veja um exemplo de exercício na Figura 1.

3a) Dos gráficos abaixo busque por generalidades.

3b) Comparando os gráficos (II) e (V) com a Ferramenta > Buscar Interseções, Existem interseções entre os gráficos? Se sim, qual(ais) é(são) o(s) ponto(s)? Existindo a intersecção escreva-a algebricamente ou numericamente.

3c) Como você calcularia os valores da tabela?

I) $f(x) = x^2$
 II) $y = -x^2 - 3x + 2$
 III) $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$
 IV) $f(x) = (x + 1)^2$
 V) $y = 2(x + 1)^2$
 VI) $y = (-1/2)x^2$
 VII) $y = -(x^2)$
 VIII) $y = -x^2 - 2$

3d) Observe a tabela de pontos, os valores de x e y se repetem? Se sim, qual deles e quantas vezes? Quando o valor y se repete o que ocorre com o valor de x? É o contrário?

3f) Compare as formas gerais. Existem condições para chegar na primeira forma geral, partindo da segunda?

Figura 1: Exemplo de Exercício utilizado no Curso: “Graphmática: Funções Matemáticas”.

No momento de *Reflexão* fizemos uma única pergunta: “*Por que todos os gráficos, embora diferentes, são gráficos de funções matemáticas?*”. Os depoimentos para esta pergunta foram analisados em Rede de Significação.

O momento “Alguns Questionamentos” serviu para conhecermos melhor os participantes do curso, sobre seus conhecimentos prévios sobre funções, software e como afetou (de qualquer maneira) sua noção de função.

4. Análise dos Depoimentos em Rede de Significação

Dos seis participantes, cinco concluíram o curso e depuseram com relação à Reflexão solicitada: “*Por que todos os gráficos, embora diferentes, são gráficos de funções matemáticas?*”. No Quadro 1, abaixo, segue a análise de um dos depoimentos em Rede de Significação. Com relação às Asserções Articuladas note que o número se refere ao depoente, e a letra corresponde a contagem sequencial.

Quadro 1 – Discurso do Depoente 4

Análise Ideográfica				Análise Nomotética
Linguagem do Depoente	Explicitação da Linguagem	Unidades de Significado	Asserções Articuladas	Categorias Abertas
Todos os gráficos apresentam uma condição, uma expressão na qual estão desenhados, e nesse gráfico para cada valor em X há um correspondente em Y que obedece a 'lei', há um domínio e um contra domínio.	Desenhados Representados	Todos os gráficos apresentam uma condição, uma expressão na qual estão desenhados,	(4F) - Os gráficos apresentam uma condição, uma expressão mediante a qual eles estão desenhados.	Intersecção dos modos de expressão do conceito de função. Compreensão da ideia de função matemática.
		e nesse gráfico para cada valor em X há um correspondente em Y que obedece a 'lei'	(4G) - No gráfico de uma função para cada valor de x há um correspondente em y que obedece a lei.	Intersecção dos modos de expressão do conceito de função. Compreensão da ideia de função matemática.
		há um domínio e um contra domínio	(4H) - No gráfico de uma função há um domínio e um contradomínio.	Intersecção dos modos de expressão do conceito de função. Compreensão da ideia de função matemática.

Fonte: Autoria Própria.

A partir da linguagem do depoente buscamos explicitar os termos utilizados e as unidades de significado, que são os trechos com uma ideia completa que dizem sobre o interrogado na pesquisa. Essas unidades podendo ser reescritas como *Asserções Articuladas*, ou seja, na fala que transmite o momento da realização da expressão. (KLUTH, 2011). Comparando duas a duas as Asserções Articuladas delimitamos três Categorias abertas, *Intersecção dos modos de expressão do conceito de função*; *Compreensão da ideia de função matemática*; e uma categoria intermediária entre as anteriores. Como pode ser observado no Quadro 2.

Quadro 2 – Categorias Abertas e Asserções Articuladas que as compõem

Categorias Abertas		
Intersecção dos modos de expressão do conceito de função.	Intersecção dos modos de expressão do conceito de função. E Compreensão da ideia de função matemática	Compreensão da ideia de função matemática
Asserções Articuladas que compõem as categorias abertas		
(1A) - O gráfico possui uma variável e uma igualdade entre o x e o y , por meio de operações matemáticas.	(2D) - As funções expressas nos gráficos, apesar de diferentes, representam o valor numérico de um determinado ponto y , encontrado em função de um ponto x determinado.	(3E) - Os gráficos de funções apresentam uma relação de dependência entre duas variáveis, e esta relação fundamental que caracteriza uma função é que dado um valor X teremos um valor Y de acordo com uma lei que rege cada uma dessas funções.
(1B) - Os gráficos são diferentes, por possuírem variáveis, operações e números diferentes. Entretanto iguais por abordarem o mesmo pressuposto, aquele que diz que os resultados marcarão pontos no gráfico.	(4F) - Os gráficos apresentam uma condição, uma expressão mediante a qual eles estão desenhados.	
(1C) - Os gráficos vão obter um resultado e requerem cálculos próprios.	(4G) - No gráfico de uma função para cada valor de x há um correspondente em y que obedece a lei.	
(5I) - Os gráficos possuem a característica de apresentar curvas e intersecções de pontos, através de uma linha.	(4H) - No gráfico de uma função há um domínio e um contradomínio.	

Fonte: Autoria Própria.

A categoria *Intersecção dos Modos de Expressão do Conceito De Função* abrangeu as Asserções Articuladas nas quais o exposto trata do gráfico, intencionando tratar do conceito de função. Como, por exemplo, na asserção 1A – *O gráfico possui uma variável e uma igualdade entre o x e o y , por meio de operações matemáticas* – onde relação entre as

variáveis é uma qualidade do gráfico, e não da função. Nesta categoria, como seu nome indica, existe uma aproximação do gráfico como se fosse a própria função.

A categoria *Compreensão da ideia de função matemática* foi composta somente pela asserção 3E – *Os gráficos de funções apresentam uma relação de dependência entre duas variáveis, e esta relação fundamental que caracteriza uma função é que dado um valor X teremos um valor Y de acordo com uma lei que rege cada uma dessas funções* – onde é compreendido o gráfico como uma representação da função e é apresentada a relação entre variáveis.

Entre as categorias acima temos algumas Asserções Articuladas, as quais tratam do gráfico e suas características, já apontando para o conceito de função. Por exemplo, a asserção 4G – *No gráfico de uma função para cada valor de x há um correspondente em y que obedece a lei* – aqui o gráfico é compreendido como uma representação da função, mas o conceito de função ainda encontra-se voltada ao gráfico. Em concordância com a asserção 4H – *No gráfico de uma função há um domínio e um contradomínio* – que trata do domínio e contradomínio, que são uma característica da função e visível no gráfico. Essa categoria se aproxima da definição formal de função da geometria analítica, na qual “[...] um conjunto de pares ordenados de números (x, y) no qual dois pares ordenados distintos não tem o primeiro número do par em comum.” (LEITHOLD, 1997, p. 50).

Neste sentido, não cabe julgar algo como “quem está mais certo” uma vez que as Categorias Abertas revelam aspectos estruturais do fenômeno, ou seja, apontam para a compreensão do conceito de função quando apresentado na tela do ambiente cibernético.

5. Considerações Finais

Para podermos pensar tanto a análise acima quanto nossas considerações finais, lembremos-nos de nossa interrogação norteadora, uma vez que todo o processo teve por meta buscar a compreensão do fenômeno para o qual ela aponta: *Como os alunos no início de um curso superior compreendem o conceito de função matemática quando expresso no ambiente cibernético?*

Não buscamos por um conceito específico de função matemática, nem por uma das várias definições formais de função matemática, mas pelo conceito percebido e expresso pelos participantes do curso. Esses conceitos foram revelados nas Categorias Abertas.

A maioria das Asserções Articuladas se encontra na Categoria *Intersecção dos Modos de Expressão do Conceito De Função* e numa relação desta com a categoria de *Compreensão da ideia de função matemática*. As asserções apontaram para um conceito gráfico de função, como se a função e o gráfico fossem um mesmo objeto. Quando pensamos nas aplicações de funções ao nível de Ensino Médio, não realizamos operações com gráficos, e em nível de Ensino Superior, não derivamos/integramos gráficos, embora existam representações gráficas dos resultados destas operações.

Entendemos assim que cada participante “[...] “vê” a definição, mas, sem exercitá-la em suas potencialidades, não consegue enxergar seu alcance.” (OLIMPIO JUNIOR, 2007, p. 64). Assim a análise e observações dos participantes se restringiram ao gráfico das funções mostrado pelo software. Entretanto, a construção do gráfico é o enfoque maior dado pelo software e que pôde ser utilizado em nosso curso. Ou seja, por meio do uso do software os participantes perceberam um enfoque maior do gráfico para elaborarem o conceito de função matemática.

A interpretação das categorias abertas originadas pelo interrogar sobre o conceito de função quando expresso no ambiente cibernético, não tem a pretensão de esgotar a compreensão do fenômeno pesquisado, pelo contrário ela nos leva a pensar no software, a buscar por um software que abranja mais características do conceito de função, podemos pensar no curso, similarmente ao fazer docente, que entendendo o enfoque dado pelo software planejar suas ações para trabalhar com as potencialidades e limitações do mesmo.

6. Referências

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Rev. Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. v. 5, n.2, p.15-26, mai./ago, 2012.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; ROSA, Maurício. **Realidade e Ciber mundo: Horizontes Filosóficos e Educacionais Antevistos**. 1.ed. Canoas: Editora da ULBRA, 2010. 136 p.

DIAS FILHO, Carlos Alberto Tavares; KLUTH, Verilda Speridião. **Softwares Educacionais Sobre Funções Matemáticas: Seus Fundamentos Teóricos e Epistemológicos Matemáticos e Educacionais, Tecnológicos e de Funcionalidade**. In: VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática – Comunicação Científica, Canoas. 2013.

HOUAISS, Antônio; VILLAR, Mauro; FRANCO, Francisco Manoel de Mello. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. 2.ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2007.

KLUTH, Verilda Speridião. **A Rede De Significação: Um Pensar Metodológico De Pesquisa**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica. São Paulo: Cortez. 2011. p.75-98.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica, Volume 1**. 1ed. São Paulo: Harbra. 1977.

PONTE, João Pedro da. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios?. **Rev. Iberoamericana de Educação**. v.24, p.63-90, set./dec. 2000.